

台灣與日本高中現行數學教材之比較

黃世穎／建國高中

壹、前言

在台灣目前所使用的高中數學課本是依據教育部於民國 84 年（西元 1995）公布之「高級中學課程標準」（民國 88 年實施，即西元 1999 年）來編寫完成的；而日本的高等學校（相當於台灣的高級中學，以下簡稱高校）依據文部科學省（相當於我國的教育部）於平成 11 年（西元 1999 年）公布之「高等學校學習指導要領」（平成 15 年實施，即西元 2003 年）來安排課程。台灣的「高級中學課程標準」或日本的「高等學校學習指導要領」均有共同的特色，就是只提供課程的綱要。正因為課程綱要只有大綱，若想單純以課程綱要來比較數學課程的內容，似乎略顯不足，因此本文以實際的現行的「數學教材」內容作進一步的比較。

貳、現行教科書的採用方式

一、台灣

由民間出版社依據教育部公布之「高級中學課程標準」來編定教材，經教育部國立編譯館聘請委員審定通過後，再由各校開會自行決定選擇使用。

二、日本

由民間出版社依據文部科學省公布之「高等學校學習指導要領」來編定，經文部科學省檢定通過後，由各校自行決定選擇使用。

三、近幾年新舊課程實施時程對照表

入學時間(年度)			現在 年級	台灣高中課程的依據	日本高校課程的依據
西元	民國	平成			
2003	92	15	高三	88 高中課程標準	高等學校學習指導要領(實施第一年)
2004	93	16	高二	88 高中課程標準	高等學校學習指導要領
2005	94	17	高一	88 高中課程標準(實施最後一年)	高等學校學習指導要領
2006	95	18	國三	95 課程暫行綱要(實施第一年)	高等學校學習指導要領

2007	96	19	國二	95 課程暫行綱要（實施第二年）	高等學校學習指導要領
2008	97	20	國一	95 課程暫行綱要（實施第三年）	高等學校學習指導要領
2009	98	21	小六	98 課程綱要（實施第一年）	高等學校學習指導要領

四、現行數學教材名稱

台灣：依據教育部於民國 84 年公布之「高級中學課程標準」，高中數學教材分成「數學 1」、「數學 2」、「數學 3」、「數學 4」、「數學甲上」、「數學甲下」、「數學乙上」、「數學乙下」、「幾何上」、「幾何下」等十冊，每冊使用一學期。

日本：將高校數學教材分成「基礎數學」、「數學 I」、「數學 II」、「數學 III」、「數學 A」、「數學 B」、「數學 C」等七冊，每冊使用一學年。

五、課程選修規則

台灣：高中課程標準規定一節課 50 分鐘，並規定各學期相對應的課程與上課節數如下

學年	學期	教材名稱	必修 選修	每週 節數	備註
第一學年	1	數學 1	必修	4	
	2	數學 2	必修	4	
第二學年	1	數學 3 幾何學上	必修 選修	4 2	1. 「幾何學上」、「幾何學下」亦可以移至第三學年選修。 2. 「幾何學上」、「幾何學下」可以不選修。
	2	數學 4 幾何學下	必修 選修	4 2	
第三學年	1	數學甲上 數學乙上	選修 選修	6 4~6	必須從「數學甲」或「數學乙」擇一強迫選修（不可不選），又礙於課程設計，無法同時選修。
	2	數學甲下 數學乙下	選修 選修	6 4~6	

日本：一節課 50 分鐘。「高等學校學習指導要領」規定每門課均為一學年的課程，另外並無相對的學期時程修業相關規定，只要符合下列規定即可：

教材名稱	必修／選修	每週節數	特別規定
數學基礎	必修	2	「數學基礎」與「數學 I」雖為必修，但可從中任選一種（即可以不用兩者都修讀）。
數學 I	必修	3	
數學 II	選修	4	必須修完「數學 I」才能修「數學 II」
數學 III	選修	3	必須修完「數學 II」才能修「數學 III」
數學 A	選修	2	「數學 A」可同時與「數學基礎」或「數學 I」修習，也可以修完「數學基礎」或「數學 I」後再修「數學 A」。
數學 B	選修	2	必須修完「數學 I」才能修「數學 B」
數學 C	選修	2	必須修完「數學 I」及「數學 A」才能修「數學 C」

因此，台灣與日本課程最大的不同點有：

1. 台灣限制各課程的安排順序，日本則可以自由配搭課程順序。
2. 日本可以在符合上表規則的前提下，同時選修各種數學課程。
3. 台灣每個學期一定都有數學課。日本允許沒有數學課。

參、課程內容的比較

一、日本數學課程選修的多元化

在日本各大學校系的入學考試中，所規定數學考科的範圍均不同，因此各高校依據文部科學省所頒佈之「高等學校學習指導要領」（如上表的規則），設計屬於自己學校特色的數學課程。為了展現多元的特色，各校最常見的「教育課程」安排如下（括弧中的數字代表每週上課節數）：

種類	組別	第一學年	第二學年	第三學年
1	文組	數學 I (3)+數學 A (2)	數學 II (4)	
2	文組	數學 I (3)+數學 A (2)	數學 II (4)	複習數學 I、II
3	文組	數學 I (3)+數學 A (2)	數學 II (4)+數學 B (2)	複習數學 I、II
4	理組	數學 I (3)+數學 A (2)	數學 II (4)+數學 B (2)	數學 III (3)+複習數學 I、II
5	理組	數學 I (3)+數學 A (2)	數學 II (4)+數學 B (2)	數學 III (3)+數學 C (2)

從課程安排上可看出幾個特色：

1. 大部分學校不採用「數學基礎」的必修科目。
2. 從第三學年的課程安排上，可看出不論文理組似乎都將重點置於數學 I、數學 II。
3. 數學課程展現出多元化的安排，可以顯示出各高校的辦學特色。

二、日本課程內容

以下參考日本「東京書籍」出版的高校數學教科書所編列，其中「灰色底」代表台灣課程沒有教的部分。另外同時在表格右方提供與台灣高中數學相對教材的冊別名稱。

數學基礎

設立的目的，是為了讓學生習得「數學史」，理解數學與人之間的關係及數學對社會生活的功用，並能透過數學性的見解及想法，養成活用數學的態度。因此，課程內容較無牽涉到一般的數學課題，所以不列入比較之中。

數學 I

數學 I 課程內容 (必修、一學年課程、每週 3 節)	相對台灣教材
數與式 1. 整係數多項式的四則運算 (沒有除法)、正整數指數律、乘法公式、多項式的展開、因式分解 (限三次式) 2. 實數線、絕對值、根號運算、分母的有理化	國中教材 國中教材 銜接教材
方程式與不等式	

數學 I 課程內容 (必修、一學年課程、每週 3 節)	相對台灣教材
1. 一次不等式的性質、解法、應用 (補充教材：絕對值的一次不等式解法)	國中教材
2. 二次方程式的解法、公式解、實數解的個數、應用	國中教材
二次函數	
1. 函數的定義、函數圖形、定義域、值域、平面座標系	第一冊
2. 二次函數的圖形、頂點、平移、二次函數的決定條件	第一冊
3. 二次函數的最大、最小值 (包含定義域的範圍限制)	第一冊
4. 二次函數與 x 軸交點數、解二次不等式、聯立不等式 (補充教材：二次絕對值的函數圖形)	第一冊
圖形與計量	
1. 三角比 (直角三角形三邊比)：正切、正弦、餘弦、基本關係、查表	第二冊
2. 三角比的擴張 (0° 到 180°)：座標化定義、正切與傾斜度、基本關係	無
3. 正弦定理、餘弦定理、三角形的面積	第二冊
4. 空間圖形 (四面體、長方體) 的邊角計算	第三冊
5. 相似圖形的面積比、表面積比、體積比、球的體積與表面積 (補充教材：錐體的體積)	幾何學 幾何學

數學 A

數學 A 課程內容 (選修、一學年課程、每週 2 節)	相對台灣教材
集合與論證	
1. 集合表示法、交集、聯集、子集、補集、集合元素個數	第一冊
2. 命題、充分條件、必要條件、充要條件、反證法	第一冊
機率	
1. 加法與乘法原理、排列、環狀排列、重複排列、組合公式	第四冊
2. 巴斯卡三角形、二項式定理、應用 (補充教材：方程式正整數解的個數)	第四冊
3. 事件、機率、獨立事件、排容原理、試驗、期望值	第四冊
平面圖形	
1. 三角形中點連線定理、內 (外) 角平分線定理、重心、外心、內心	國中教材
2. 三角形與邊長比、西瓦定理、孟氏定理 (補充教材：大邊對大角、小邊對小角)	幾何學
3. 圓周角、圓內接四邊形、圓的切線、弦切角、內 (外) 幕定理	國中教材 國中教材
圖形與計量	
1. 三角比 (直角三角形三邊比)：正切、正弦、餘弦、基本關係、查表	第二冊
2. 三角比的擴張 (0° 到 180°)：座標化定義、正切與傾斜度、基本關係	無
3. 正弦定理、餘弦定理、三角形的面積	第二冊
4. 空間圖形 (四面體、長方體) 的邊角計算	第三冊
5. 相似圖形的面積比、表面積比、體積比、球的體積與表面積 (補充教材：錐體的體積)	幾何學 幾何學

數學 II

數學 II 課程內容 (選修、一學年課程、每週 4 節)	相對台灣教材
<p>方程式與證明</p> <ol style="list-style-type: none"> 整係數多項式的除法、分式多項式 (補充教材：綜合除法) 複數的四則運算、公式解、判別式、根與係數的關係、二次多項式的因式分解、實數解的性質 餘式定理、因式定理、解高次 (限三次) 方程式 恆等式、比例式、連比、不等式的證明、算幾不等式 	<p>第一冊 第一冊 第一冊 甲、乙</p>
<p>圖形與方程式</p> <ol style="list-style-type: none"> 數線上兩點距離、平面上兩點距離、內分點、外分點、重心座標、直線方程式的圖形、斜率、點斜式、兩直線的關係、點到直線距離 圓的方程式 (標準式、一般式)、圓與直線的關係、圓的切線方程式 軌跡方程式、二元一次不等式的圖形、圓的內部與外部、聯立不等式所表示的區域、限制條件的最大值與最小值 	<p>第一冊 第三冊 第三冊 第三冊 甲、乙</p>
<p>三角函數</p> <ol style="list-style-type: none"> 廣義角、弧度、扇形弧長與面積、廣義三角函數的定義、三角函數的基本關係、性質、圖形、週期函數、方程式、不等式 和角公式、直線的夾角、二倍角公式、疊合公式 (補充教材：積化和差、和差化積) 	<p>第二冊 乙、甲 第二、三冊</p>
<p>指數函數與對數函數</p> <ol style="list-style-type: none"> 整數指數律、正數的 n 次方根、有理數指數律、實數指數律、指數函數的圖形、性質、方程式、不等式 對數的性質、公式、對數函數的圖形、性質、方程式、不等式、常用對數表 (沒有表尾差)、科學記號 	<p>第二冊 第二冊</p>
<p>微分與積分</p> <ol style="list-style-type: none"> 物體運動的平均速度、平均變化率、瞬間速度、極限值、導數、導函數、導函數的運算公式、多項函數的導函數 導函數的應用 (限多項式)：切線斜率、切線方程式、函數的遞增 (減)、極值、最大最小值、不等式的證明 不定積分、多項式的不定積分、定積分、多項式的不定積分、定積分與微分、曲線下的面積、兩曲線間的面積 	<p>數學甲 數學甲 無</p>

數學 B

數學 B 課程內容 (選修、一學年課程、每週 2 節)	相對台灣教材
<p>數列</p> <ol style="list-style-type: none"> 數列與級數的定義、等差數列與級數、等比數列與級數、和的記號 Σ、\prod 的性質、連乘積的和公式、階差數列 (補充教材：複利計算) 遞迴關係式與一般項、數學歸納法、等式與不等式的證明 	<p>第一冊 第一冊 第一冊</p>

數學B課程內容（選修、一學年課程、每週2節）	相對台灣教材
<p>向量</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 加減法、實數積、座標向量、向量大小、平行、內積、垂直、夾角 （補充教材：向量的線性組合） 2. 位置向量、分點、重心、共線性質、兩直線交點、直線的方向向量、直線參數式、直線的法向量、圓的參數式、內積與三角形面積 3. 空間座標、平行座標平面的平面方程式、空間向量、性質、兩點間的距離公式、內積、夾角、空間圖形的應用、球面方程式 	<p>第三冊</p> <p>第三冊</p> <p>第三冊</p>
<p>統計與電腦</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 資料的整理：次數分佈、相對次數分佈、Excel 基本操作、製作圖表 2. 資料的分析：平均值、標準差、相關係數、Excel 的實作 	<p>第四冊</p> <p>第四冊、 數學甲</p>
<p>數值計算與電腦</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 程式設計：BASIC 簡介、程式語法簡介 2. 演算法：整數四則運算、最大公因數、二次方程式的近似解、二分法、面積 	<p>無</p> <p>無</p>

數學III

數學III課程內容（選修、一學年課程、每週3節）	相對台灣教材
<p>極限</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 數列的收斂、發散、極限的四則運算、極限值、無窮等比數列、無限級數、無窮等比級數、循環小數 2. 分數函數與其圖形、無理函數的圖形、合成函數與反函數 3. 函數極限值、函數極限的四則運算、右極限、左極限、指數函數的極限、對數函數的極限、三角函數的極限、函數的連續性、中間值定理 	<p>第一冊</p> <p>數學甲</p> <p>無</p> <p>數學甲</p>
<p>微分</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 導函數、多項式的導函數、積與商的微分法、合成函數的微分法、反函數微分法 2. 其他函數的導函數：三角函數、對數函數、指數函數、高次導函數 	<p>數學甲</p> <p>無</p>
<p>微分的應用</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 切線與法線方程式、均值定理、函數的遞增（減）、函數的極值、函數的凹凸判定、反曲點、漸近線 2. 最大最小值、方程式與不等式的證明、方程式實數解個數、曲線方程式與切線、曲線的參數式、平面上物體運動速度、加速度、瞬間變化率、函數的近似值 	<p>無</p> <p>無</p>
<p>積分與其應用</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 不定積分的基本性質、置換積分法、部分積分法、分式與三角函數不定積分 2. 定積分的基本性質、置換積分法、偶函數與奇函數定積分、部分積分法、積分與微分的關係、定積分與不等式 3. 曲線下面積、體積、迴轉體體積 （補充教材：曲線的長與定積分） 	<p>無</p> <p>無</p> <p>無</p>

數學 C

數學 C 課程內容 (選修、一學年課程、每週 2 節)	相對台灣教材
矩陣 (限二階) 1. 加減法、實數積、乘法、單位矩陣、零矩陣、交換律、反矩陣 2. 解二元一次聯立方程式、變換矩陣 (對稱、伸縮、旋轉)、變換矩陣的合成	數學甲 數學甲
二次曲線 1. 拋物線、橢圓、雙曲線、二次曲線與直線的關係、平移、離心率 (補充教材: 二次曲線的切線方程式) 2. 極座標表示法、極方程式 3. 二次曲線的參數式、二次曲線的極座標與極方程式	第四冊 第四冊 第二冊 第四冊
機率的分佈 1. 條件機率、獨立事件 2. 隨機變數、隨機變數的平均、分散、標準差、獨立事件的隨機變數	數學甲 無
統計處理 1. 二項分配、常態分配 2. 母群體與樣本、樣本調查、抽樣方法、亂數表 3. 母群體的平均數與標準差、樣本的平均值與標準差 4. 統計估計、樣本平均數的分佈與常態分配、母群體平均數的估計、信賴度 95% 的信賴區間	無 第四冊 第四冊 無

備註：陰影部分代表台灣未教

三、台灣與日本數學教材之比較

主題	內容差異
數系	1. 台灣有介紹質數、因數與倍數的關係、最大公因數與最小公倍數、輾轉相除法，而日本完全沒有提及。 2. 台灣有系統的介紹自然數、整數、有理數、實數、複數等關係與整個數系架構，日本則沒有太多的贅述，直接從實數開始切入。 3. 台灣有介紹複數平面，日本沒有。
多項式	1. 台灣有介紹整係數一次因式檢驗法、最高公因式、最低公倍式、多項式的輾轉相除法、代數基本定理、勘根定理、實係數多項式虛根成對定理。而日本完全沒有這些內容，且僅介紹到整係數三次多項式。 2. 台灣有介紹綜合除法，日本則放在補充教材。
不等式	1. 台灣有介紹柯西不等式、絕對不等式、條件不等式，日本則沒有。 2. 台灣有完整章節介紹不等式，日本則分散在各單元中提及。 3. 台灣有完整的介紹線性規劃，日本僅介紹不等式的圖形與限制條件的最大最小值，但沒有提及線性規劃的應用。
三角函數	1. 日本將三角函數課程分兩階段完成，先從直角三角形介紹三角比，然後從銳角擴充到 0° 到 180° ，接著進入三角形的正弦定理、餘弦定理、面積計算，最後才正式介紹三角函數，並擴張到任意角，介紹各種公式。台灣則一口氣於一個

主題	內容差異
	<p>學期內介紹完畢，且順序安排上有很大的不同。</p> <ol style="list-style-type: none"> 台灣對於六種三角函數都有介紹，日本只有介紹正弦、餘弦、正切，完全沒有提及餘切、正割、餘割。 台灣有介紹海龍公式、半角公式、積化和差與和差化積的公式、反函數，日本則沒有。 台灣有完整介紹三角測量與應用，而日本只有基本概念，並不強調實際的應用。 台灣有完整的介紹如何查表，甚至還有介紹內插法、計算機的使用方法，而日本只有提到「整數角度」的查表，其餘均沒有介紹。 日本有介紹三角函數的極限、微分、積分，台灣則沒有提及。 台灣有介紹複數的極式表示法、隸美弗定理、l 的 n 次方根，日本則沒有。
指數與對數	<ol style="list-style-type: none"> 台灣有詳細的對數函數求值方法，日本則僅有基本查表方法，沒有表尾差、內插法。 台灣有整數指數律、分數指數律介紹與證明，日本僅敘述，並無詳盡的證明。
圓錐曲線	<ol style="list-style-type: none"> 日本有提到二次曲線的離心率、極座標與極方程式，台灣則沒有。 台灣有提及光學性質，日本則沒有。 台灣有介紹二元二次方程式的圖形、平移、旋轉，日本則沒有。 日本有介紹以微分方法求二次曲線的切線方程式，台灣則沒有。
平面向量與空間圖形	<ol style="list-style-type: none"> 台灣有介紹柯西不等式、正射影，日本則沒有 台灣有介紹空間中的平面方程式，日本僅介紹平行座標平面的平面方程式。 台灣有介紹空間中點到平面距離、直線與直線距離（平行、歪斜）、空間中直線與直線關係、直線與平面關係、平面與平面關係、平面夾角、球與平面的關係，日本則沒有。
矩陣	<ol style="list-style-type: none"> 台灣有介紹二階與三階矩陣，日本則僅限於二階矩陣。 台灣有介紹矩陣列運算、高斯消去法、行列式、克拉瑪公式，日本則沒有。
微積分	<ol style="list-style-type: none"> 日本有介紹各種極限計算方式，包括指數函數的極限、對數函數的極限、三角函數的極限，台灣僅有多項式與分式的極限計算。 日本有介紹分式函數與其圖形、無理函數的圖形、合成函數的圖形，台灣則沒有。 日本有介紹合成函數的微分方法、反函數微分法、曲線的方程式的微分法，台灣僅有基本的四則運算微分方法。 台灣有介紹函數的勘根定理，日本則沒有。 日本有介紹三角函數的導函數、對數函數的導函數、指數函數的導函數、二次導函數、三次導函數、高次導函數、曲線的凹凸判別、反曲點、二次導函數與極值、利用微分證明不等式、利用微分計算方程式的實數解個數、曲線參數式的導函數、直線上點的運動、曲線上點的運動、速度、加速度、利用微分方法求函數的近似值。台灣則沒有。 日本有介紹不定積分的基本性質、置換積分法、部分積分法、分式與三角函數不定積分、定積分的基本性質、置換積分法、偶函數與奇函數定積分、部分積分法、積分與微分的關係、定積分與不等式、曲線下面積、體積、迴轉體體積。

主題	內容差異
	台灣則沒有。
數值計算	1. 日本有介紹程式語言、BASIC 基本語法、電腦繪圖、簡單的數值計算，台灣則沒有。 2. 台灣有介紹電子計算機簡單的使用方法，日本則沒有。
機率與統計	1. 日本有使用電腦來進行繪製統計圖表、分析計算，台灣則沒有。 2. 台灣有提及貝氏定理，日本則沒有。 3. 日本有提及隨機變數的平均、分散、標準差、獨立事件的隨機變數，台灣則無。 4. 日本有提及二項分配、常態分配、統計估計、樣本平均數的分佈與常態分配、母群體平均數的估計、信賴度 95%的信賴區間，台灣則沒有。

肆、結論與建議：

分析比較台灣與日本的課程，有幾點個人的建議：

1. 增加數學上課時數

以日本理組數學為例，第一學年（數學 I + 數學 A）為每週 5 節課，第二學年（數學 II + B）為每週 6 節課，第三學年（數學 III + 數學 C）為每週 5 節課，平均每週 5.3 節課。台灣理組第一學年與第二學年都是每週 4 節課，第三學年 6 節課，若要加進幾何學，則平均每週 5.3 節課，與日本一致。但值得注意的是即將採用的 95 暫綱中，第三學年只有每週 3 節課，且刪除幾何學的課程，因此 95 暫綱的平均每週僅有 3.7 節課，遠遠落後日本每週的上課時數！

2. 應重視基本微積分課程

台灣只有理組有學「極限的概念」與「極限的運用」，文組則沒有。而日本不論文、理組，幾乎都要學基本的「微積分」概念。而理組更是要學會更深入的微積分內容。

3. 文組可以考慮不用學圓錐曲線

台灣不論文、理組均要學圓錐曲線，而日本文組通常不安排「數學 C」的「二次曲線」課程。

4. 重視數學在電腦上的應用

可以從「數學 B」中的「統計與電腦」、「數值計算與電腦」單元看出電腦應用的重視。

5. 課程組合盡量多元化

台灣高一與高二課程都沒有變化，僅在高三有「數學甲」、「數學乙」的差別。日本各

高校可以自行安排各種課程，展現出各高校的辦學特色。

6. 捨棄繁雜的四則運算

從各單元內容，幾乎沒有複雜的四則運算，例如：多項式只有三次的運算，矩陣只有二階運算。就算是複雜的統計計算，都借重電腦來處理。可見日本將重點放在觀念的建立，避免繁雜的運算影響到學生的學習信心與動力。

這裡僅單純就課程內容與課程安排做簡單的比較與分析，希望讓大家對於兩國高中數學的差異有所瞭解外，也提供大家對於數學教育一些值得思考的方向。

參考文獻

1. 洪雅齡(2005)台灣與日本之十二年數學課程比較《中央大學碩士論文》
2. 東京書籍 (2005) 《數學教科書》東京書籍株式会社
3. 日本文部科學省 (2006) <http://www.mext.go.jp/>
3. 日本文部科學省「新學習指導要領」
http://www.mext.go.jp/b_menu/shuppan/sonota/990301.htm
4. 日本「高等學校學習指導要領」
http://www.mext.go.jp/b_menu/shuppan/sonota/990301/03122603.htm
5. 台灣教育部<http://www.edu.tw/>
6. 台灣教育部中等教育司資訊網
http://www.edu.tw/EDU_WEB/Web/HIGH-SCHOOL/index.htm
7. 高級中等學校課程標準
http://www.edu.tw/EDU_WEB/EDU_MGT/HIGH-SCHOOL/EDU2890001/i1301/course/curr/ent/index.htm?open
8. 日本教科書協會 <http://www.textbook.or.jp/>
9. 日本東京書籍 <http://ten.tokyo-shoseki.co.jp>
10. 日本数研出版株式会社<http://www.suken.co.jp/>
11. 日本文英堂株式会社 <http://www.bun-eido.co.jp/textbook/math.html>